**Chủ đề**

6

**HÀM SỐ BẬC HAI VÀ CÁC BÀI TOÁN**

**TƯƠNG GIAO VỚI ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC NHẤT**

# **F. HÀM SỐ BẬC HAI**

**Mục Lục**

[**F. HÀM SỐ BẬC HAI** 1](#_Toc534102471)

[**🗁. KIẾN THỨC CẦN NHỚ** 1](#_Toc534102472)

[**🗁. BÀI TẬP** 3](#_Toc534102473)

[Sự tương giao giữa đường thẳng và đồ thị hàm số bậc hai. 6](#_Toc534102474)

[**🗁. PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN** 17](#_Toc534102475)

# **🗁. KIẾN THỨC CẦN NHỚ**

**Hàm số ** với ****

\* Hàm số này có tập xác định 

\* Nếu a >0 thì hàm số nghịch biến khi x < 0 và đồng biến khi x > 0

\* Nếu a < 0 thì hàm số nghịch biến khi x > 0 và đồng biến khi x < 0

\* Nếu a > 0 thì y > 0 ∀x ≠ 0

+) y = 0 khi x = 0. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là y = 0.

\* Nếu a < 0 thì y < 0 ∀x ≠ 0

+) y = 0 khi x = 0. Giá trị lớn nhất của hàm số là y = 0.

* **Đồ thị của hàm số **

**\*** Đồ thị của hàm số ****là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy làm trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O.

**\*** Nếu **a > 0** thì đồ thị nằm phía trên trục hoành , O là điểm thấp nhất của đồ thị.

**\*** Nếu **a < 0** thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành , O là điểm cao nhất của đồ thị.

***Vị trí tương đối của của đường thẳng và parabol***

Cho đường thẳng (d):  và parabol (P): 

**✓ Tìm số giao điểm của (d) và (P)**

Khi đó : Xét phương trình  (1)

- Nếu phương trình (1) vô nghiệm thì (P) và (d) không giao nhau.

- Nếu phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt thì (P) và (d) cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

- Nếu phương trình (1) có nghiệm kép thì (P) và (d) tiếp xúc nhau

- Hoành độ giao điểm (hoặc tiếp điểm) của (P) và (d) chính là nghiệm của phương trình .

**✓ Tìm tọa độ giao điểm của (d) và (P)**

- Giải phương trình (1) tìm ra các giá trị của x. Khi đó giá trị của x chính là hoành độ giao điểm của (d) và (P). Thay giá trị của x vào công thức hàm số của (d) (*hoặc (P)*) ta tìm ra tung độ giao điểm từ đó suy ra tọa độ giao điểm cần tìm.

Tọa độ giao điểm của (d) và (P) phụ thuộc vào số nghiệm của phương trình (1)

**✓ Hàm số chứa tham số. Tìm điều kiện của tham số để tọa độ giao điểm thỏa mãn điều kiện cho trước.**

- Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P) từ đó vận dụng biệt thức delta và hệ thức Vi-et để giải bài toán với điều kiện cho sẵn..

**🗁. BÀI TẬP**

**Bài 1:** Cho hàm số 

1) Hãy tính ; ; ; 

2) Các điểm , , ,  có thuộc đồ thị hàm số không ?

**Hướng dẫn giải**

1) Ta có:  ; ;

 ; 

2) +) Thay toạ độ điểm  vào công thức hàm số 

Ta có   ( thỏa mãn)

Vậy điểm  thuộc đồ thị hàm số 

+) Thay toạ độ điểm vào công thức hàm số 

Ta có   ( vô lí)

Vậy điểm  không thuộc đồ thị hàm số 

+) Thay toạ độ điểm  vào công thức xác định hàm số 

Ta có   ( thỏa mãn)

Vậy điểm  thuộc đồ thị hàm số 

+) Thay toạ độ điểm  vào công thức xác định hàm số 

Ta có   (thỏa mãn)

Vậy điểm  thuộc đồ thị hàm số 

**Bài 2:** Trong hệ toạ độ Oxy, cho hàm số  

1) Tìm m để đồ thị hàm số  đi qua các điểm :

a)  b) 

2) Thay m = 0. Tìm tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số  với đồ thị hàm số 

**Hướng dẫn giải**

1) a) Để đồ thị hàm hàm số   đi qua điểm 

Ta có:    

Vậy với m = 1 thì đồ thị hàm số  đi qua điểm 

b) Để đồ thị hàm số   đi qua điểm 

Ta có: 

Vậy với  thì đồ thị hàm số  đi qua điểm 

2) +) Thay m = 0 vào công thức hàm số   ta có: 

- Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số  với đồ thị hàm số là nghiệm của hệ phương trình:      

- Giải phương trình  

Ta có: a + b + c = 2 + (-1) + (-1) = 0 nên phương trình có 2 nghiệm phân biệt ;  (hoặc giáo viên cho HS phân tích vế trái thành dạng tích và giải phương trình tích)

+) Với     

+) Với     

Vậy với m = 0 thì đồ thị hàm số và đồ thị hàm số  cắt nhau tại 2 điểm phân biệt  và .

**Bài 3:** a) Vẽ đồ thị hàm số  (P) và đường thẳng   trên cùng một mặt phẳng toạ độ Oxy.

b) Tìm toạ độ giao điểm của (P ) và bằng phép tính.

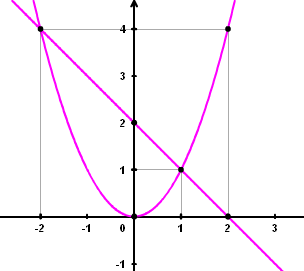
**Hướng dẫn giải**

a) Vẽ đồ thị hàm số  (P)

Lập bảng giá trị tương ứng giữa x và y.

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | - 3 | - 2 | - 1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|  | 9 | 4 | 1 | 0 | 1 | 4 | 9 |

Đồ thị hàm số  (P) là một Parabol có bề lõm quay xuống phía dưới và đi qua các điểm có toạ độ ; ; ; ;  ; ;



+) Đường thẳng  

Cho x = 0  y = 2  

y = 0  x = 2  

 Đường thẳng  

đi qua 2 điểm D (0; 2) và E (2; 0)

b) Toạ độ giao điểm của đồ thị hàm số  (P) và đường thẳng  là nghiệm của hệ phương trình:      

- Giải phương trình:  

Ta có a + b + c = 1 + 1 + (- 2) = 0 nên phương trình (2) có hai nghiệm  ;  (hoặc giáo viên cho HS phân tích vế trái thành dạng tích và giải phương trình tích)

+) Với   

+) Với   

- Vậy đồ thị hàm số (P) và đường thẳng  (d) cắt nhau tại 2 điểm và .

## **Sự tương giao giữa đường thẳng và đồ thị hàm số bậc hai.**

**Bài 4:** Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho parabol  và đường thẳng 

a) Vẽ đồ thị của 

b) Gọi  và  lần lượt là các giao điểm của  với . Tính giá trị biểu thức .

**Hướng dẫn giải**

a) HS tự vẽ.

b) Phương trình hoành độ giao điểm của và : 

 . Vậy 

**Bài 5:** Cho Parabol  và đường thẳng  ( là tham số)

a) Chứng minh rằng với mọi m đường thẳng d luôn cắt  tại hai điểm phân biệt.

b) Tìm các giá trị của m để đường thẳng d luôn cắt tại hai điểm phân biệt   thỏa .

**Hướng dẫn giải**

a) Phương trình hoành độ giao điểm 

Ta có 

Vậy Parabol luông cắt đường thẳng tại hai điểm phân biệt.

b) Vì là nghiệm của phương trình nên theo hệ thức Vi-et ta có: .

Mặt khác .

Ta có 



Vậy .

**Bài 6:** Cho parabol  và đường thẳng   (với a là tham số )

a) Tìm tọa độ giao điểm của  và  khi .

b) Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng  cắt taị hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn .

**Hướng dẫn giải**

a) Phương trình hoành độ  và  là 

Khi  thì phương trình trở thành 

Có  nên phương trình có 2 nghiệm là ; .

b) Phương trình hoành độ  và  là  (\*)

để đường thẳng  cắt tại hai điểm phân biệt thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt 

Với  theo Viét ta có 

Vì 

Với : 

Với : 

Vậy .

**Bài 7:** Cho hai hàm số  và, với m là tham số.

a) Khi , tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị m, đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  và  Tìm tất cả các giá trị của m sao cho .

**Hướng dẫn giải**

a) Phương trình hoành độ giao điểm của  và  là  (1)

Thay  vào phương trình (1) ta có: 

Ta có: 

Vậy phương trình có hai nghiệm 

Với 

Với 

Vậy với  thì hai đồ thị hàm số giao nhau tại 2 điểm và .

b) Ta có số giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho là số nghiệm của phương trình (1)

Phương trình (1) có: 

Do đó (1) luôn có hai nghiệm phân biệt 

Vậy đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  và với mọi m

Theo hệ thức Vi-et ta có: 

Ta lại có: 

Theo đề, ta có: 



 (trường hợp  vô nghiệm vì  )

Vậy với  thì.

**Bài 8:** Cho hàm số  có đồ thị .

a) Vẽ đồ thị  của hàm số.

b) Cho đường thẳng . Tìm  để đường thẳng  song song với đường thẳng  và có duy nhất một điểm chung với đồ thị .

**Hướng dẫn giải**

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số.

b)  song song với  suy ra 

Phương trình hoành độ giao điểm của  và (P): 

 (\*)

Để  và  có một điểm chung duy nhất thì phương trình (\*) có nghiệm duy nhất thì  (thỏa mãn)

Vậy .

**Bài 9:** Cho đường thẳng  có phương trình  và parabol  có phương trình 

a) Vẽ đường thẳng  và parabol  trên cùng hệ trục tọa độ .

b) Đường thẳng  cắt  tại hai điểm A và B (với A có hoành độ âm, B có hoành độ dương). Bằng tính toán hãy tìm tọa độ các điểm A và B.

**Hướng dẫn giải**

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số (d) và (P)

b) Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (P):

 hoặc 

Với  (vì B có hoành độ dương)

Với  (vì A có hoành độ âm)

Vậy ; 

**Bài 10:** Cho hai hàm số  và đồ thị hàm số  và  có đồ thị 

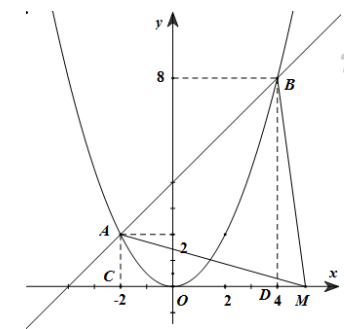
a) Vẽ đồ thị 

b) Gọi  là các giao điểm của hai đồ thị  và  Biết rằng đơn vị đo trên các trục tọa độ là xentimét, tìm tất cả các điểm  trên tia  sao cho diện tích tam giác  bằng cm2.

**Hướng dẫn giải**

a) Vẽ đồ thị: HS tự vẽ

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (d) là:





Phương trình có 2 nghiệm phân biệt: 

Với  ta có 

Với  ta có 

Gọi  thuộc tia  Gọi 

Xét hai trường hợp:

*Trường hợp 1:* M thuộc đoạn OD: Ta có 

Có  là hình thang, 

⇒

Suy ra  cm2 (loại)

*Trường hợp 2*: M thuộc tia Dx 

Ta có :

Có 

Suy ra







m = 6 (thỏa mãn). Vậy  là điểm cần tìm.

**Bài 11:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  và parabol 

a) Chứng minh (d) luôn cắt (P) tại hai điểm phân biệt với mọi *m*.

b) Gọi  là hoành độ các giao điểm của  và (P). Tìm m để 

**Hướng dẫn giải**

a) Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và 





Suy ra phương trình (\*) luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi *m* hay  luôn cắt tại hai điểm phân biệt với mọi .

b) Ta có: (\*\*)

Áp dụng hệ thức Vi-et cho (\*): 



Vậy .

**Bài 12:** Trong mặt phẳng toạ độ , cho parabol 

a) Vẽ parabol 

b) Xác định toạ độ các giao điểm  của đường thẳng  và  Tìm toạ điểm M trên  sao cho tam giác  cân tại M.

**Hướng dẫn giải**

a) HS tự vẽ đồ thị hàm số.

b) Viết phương trình đường trung trực  của , tìm giao điểm của và  ta tìm được giao điểm M.

Hoành độ các giao điểm  của đường thẳng  và (P) là nghiệm của phương trình:   hoặc 

+ Với , thay vào  ta có: , ta có: 

+ Với , thay vào  ta có: , ta có: 

Suy ra trung điểm của  là: 

Đường thẳng vuông góc với *(d)* có dạng: 

Vì  đi qua I nên: 

Vậy .

Phương trình hoành độ của và (P) là:  

+ Với 

+ Với 

Vậy có hai điểm  cần tìm là:  và .

**Bài 13:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  và parabol 

a) Tìm  để  đi qua điểm 

b) Tìm  để đường thẳng  cắt parabol  tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là   thỏa mãn: .

**Hướng dẫn giải**

a) Thay  vào phương trình đường thẳng ta được: 

b) Phương trình hoành độ giao điểm của  và  là: 

Để  cắt parabol  tại hai điểm phân biệt thì phương trình (\*) phải có 2 nghiệm phân biệt



Khi đó theo định lý Vi-ét ta có: 

Theo đề bài: 

 ( Điều kiện:  )

 (loại) hoặc (thỏa mãn).  
Vậy là giá trị cần tìm.

**Bài 14:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho Parabol  và đường thẳng  (với  là tham số).

a) Tìm  để đường thẳng  đi qua điểm 

b) Xác định các giá trị của  để  cắt  tại hai điểm phân biệt sao cho tổng 2 tung độ của hai giao điểm đó bằng 

**Hướng dẫn giải**

a) Đường thẳng  đi qua  nên 

b) Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng  và Parabol  là:



Ta có, với mọi  nên phương trình (\*) có hai nghiệm phân biệt.

Do đó, đường thẳng  và Parabol  cắt nhau tại hai điểm  và 

Theo định lý Vi-ét ta có: 

Theo bài ra ta có:









Vậy  là giá trị cần tìm.

**Bài 15**: Cho parabol  và đường thẳng  có phương trình: 

a) Tìm tọa độ giao điểm của  và  với .

b) Chứng minh  và luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt  và  với mọi .

c) Gọi  là hoành độ giao điểm của  và . Tìm  để .

**Hướng dẫn giải**

**a)** Thay  ta được 

Phương trình hoành độ giao điểm  và khi  là



Giải phương trình ta được . Với ; 

Tọa độ giao điểm của  và là 

**b)** Xét phương trình hoành độ giao điểm của  và là:

 (1)



Nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt  suy ra  và  luôn cắt nhau tại 2 điểm phân biệt  với mọi .

**c)** Ta có:  là nghiệm phương trình (1) vì . Theo Vi-et ta có:







Vậy  hoặc  là giá trị cần tìm.

**Bài 16:** Cho parabol  và đường thẳng  ( là tham số).

a) Với , tìm tọa độ giao điểm của parabol  và đường thẳng 

b) Chứng minh rằng: với mọi  parabol  và đường thẳng  cắt nhau tại hai điểm phân biệt. Tìm  sao cho hai giao điểm đó có hoành độ dương.

c) Tìm điểm cố định mà đường thẳng  luôn đi qua với mọi 

**Hướng dẫn giải**

a) Với   có phương trình 

Hoành độ giao điểm của  và  là nghiệm phương trình:





Vậy với thì  và cắt nhau tại hai điểm 

b) Hoành độ giao điểm của  và là nghiệm phương trình:





Do đó (1) có hai nghiệm phân biệt với mọi m suy ra  và cắt nhau tại hai điểm phân biệt  là hai nghiệm của phương trình (1), áp dụng định lý Viet ta có:



Hai giao điểm đó có hoành độ dương khi và chỉ khi



Vậy với  thì  và cắt nhau tại hai điểm phân biệt với hoành độ dương.

c) Gọi điểm cố định mà đường thẳng  đi qua với mọi  là  ta có:







Vậy với mọi  thì đường thẳng  luôn đi qua 

**Bài 17:**Trong mặt phẳng tọa độ  cho đường thẳng  tham số  và Parabol 

a) Tìm  để đường thẳng  đi qua điểm 

b) Tìm  để đường thẳng cắt Parabol (P) tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  thỏa mãn .

**Hướng dẫn giải**

a) Đường thẳng  đi qua điểm  nên có .

b) Xét phương trình hoành độ giao điểm giữa và : 

Có 

cắt tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là  khi



Áp dụng hệ thức Vi – Ét ta có: 

Theo bài ra ta có





Vậy  là giá trị cần tìm.

**Bài 18:** Cho hàm số  có đồ thị  và đường thẳng 

a) Tìm  để đồ thị  đi qua điểm .

Chứng minh rằng đường thẳng  luôn cắt đồ thị  tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m

b) Gọi  và  lần lượt là hoành độ của hai điểm  và . Tìm các giá trị của  sao cho 

**Hướng dẫn giải**

a)  đi qua điểm  nên ta có: 

Vậy : 

b) Phương trình hoành độ giao điểm của và  là:





Do đó, đường thẳng (d) luôn cắt đồ thị (P) tại hai điểm phân biệt C và D với mọi giá trị của m.

b) Áp dụng định lí Vi-ét ta có: 

Theo giả thiết





. Vậy với  thỏa mãn yêu cầu bài toán.

# **🗁. PHẦN BÀI TẬP TỰ LUYỆN**

**Bài F.01.** Cho hàm số  có đồ thị parabol 

a) Xác định a để đi qua điểm .

b) Với giá trị a vừa tìm được ở trên hãy:

1. Vẽ trên mặt phẳng tọa độ;
2. Tìm các điểm trên có tung độ bằng -2;
3. Tìm các điểm trên cách đều hai trục tọa độ.

**Bài F.02.** Cho hàm số có đồ thị là .

a) Xác định m để đi qua điểm ;

b) Với giá trị của m vừa tìm được ở trên, hãy:

1. Vẽ trên mặt phẳng tọa độ;
2. Tìm các điểm trên có hoành độ bằng 1;
3. Tìm các điểm trên có tung độ gấp đôi hoành độ.

**Bài F.03.** Cho hàm số  có đồ thị parabol 

1. Tìm hệ số a biết rằng đi qua điểm .
2. Viết phương trình đường thẳng  đi qua gốc tạ độ và điểm N(2;4).
3. Vẽ và  tìm được ở các câu a) và b) trên cùng một hệ trục tọa độ.
4. Tìm tọa độ giao điểm của  và  ở các câu a) và b).

**Bài F.04.** Cho và  .

1. Vẽ và trên cùng một hệ trục tọa độ;
2. Xác định tọa độ giao điểm của và ;
3. Dựa vào đồ thị, hãy giải bất phương trình 

**Bài F.05.** Cho Parabol  và đường thẳng .

a) Vẽ đồ thị 

b) Viết phương trình đường thẳng  biết song song với đường thẳng (d) và  tiếp xúc 

**Bài F.06.** Cho parabol  và đường thẳng 

a) Vẽ parabol  và đường thẳng (d) trên cùng một trục tọa độ.

b) Viết phương trình đường thẳng song song với đường thẳng  và đi qua 

**Bài F.07.**  Trong mặt phẳng với hệ tọa độ , cho parabol  và đường thẳng 

a) Vẽ đồ thị của 

b) Gọi  và  lần lượt là các giao điểm của  với . Tính giá trị biểu thức .

**Bài F.08.** Cho parabol  và đường thẳng (d)  (với *a* là tham số )

a) Tìm tọa độ giao điểm của  và  khi .

b) Tìm tất cả các giá trị của a để đường thẳng  cắt taị hai điểm phân biệt có hoành độ  thỏa mãn .

**Bài F.09.** Cho hai hàm số  và, với *m* là tham số.

a) Khi , tìm tọa độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số trên.

b) Chứng minh rằng với mọi giá trị *m*, đồ thị của hai hàm số đã cho luôn cắt nhau tại hai điểm phân biệt  và  Tìm tất cả các giá trị của m sao cho .

**Bài F.10.** Trong mặt phẳng tọa độ  cho parabol  có phương trình  và hai điểm  thuộc  có hoành độ lần lượt là 

a) Tìm tọa độ của hai điểm.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm .

c) Tính khoảng cách từ điểm O (gốc tọa độ) tới đường thẳng (d).

**Bài F.11:** Trong mặt phẳng tọa độ  cho parabol  có phương trình  và hai điểm  thuộc  có hoành độ lần lượt là 

a) Tìm tọa độ của hai điểm.

b) Viết phương trình đường thẳng (d) đi qua hai điểm .

c) Tính khoảng cách từ điểm O (gốc tọa độ) tới đường thẳng (d).

**Bài F.12:** Cho hàm số  có đồ thị là  và hàm số  có đồ thị là (d)

a) Vẽ (P) và (d) trên cùng một mặt phẳng tọa độ 

b) Bằng phép tính, tìm tọa độ các giao điểm  của (P) và (d) ; (hoành độ của A nhỏ hơn hoành độ của B). Gọi C và D lần lượt là hình chiếu vuông góc của  và B trên trục hoành, tính diện tích của tứ giác ABC

**Bài F.13:** Cho hàm số  có đồ thị (P).

a) Vẽ đồ thị (P) của hàm số.

b) Cho đường thẳng . Tìm  để đường thẳng  song song với đường thẳng  và có duy nhất một điểm chung với đồ thị .

**Bài F.14:** Trong mặt phẳng toạ độ , cho parabol 

a) Vẽ parabol 

b) Xác định toạ độ các giao điểm  của đường thẳng  và  Tìm toạ điểm M trên (P) sao cho tam giác  cân tại M.

**Bài F.15:** Cho parabol (P):  và đường thẳng 

a) Vẽ (P) và (a) trên cùng một hệ trục toạ độ.

b) Xác định đường thẳng  biết đường thẳng song song với đường thẳng  và cắt parabol (P) tại điểm có hoành độ bằng .